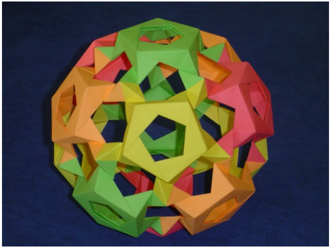
Wiskunde van het vouwen

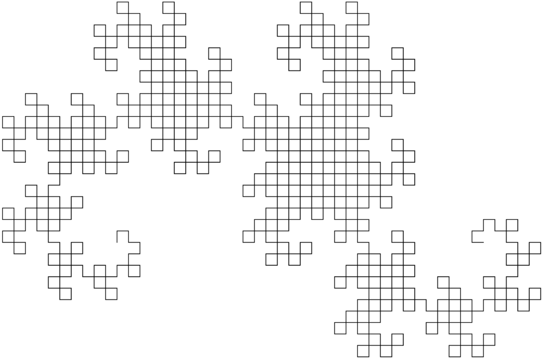
Dion Gijswijt



Britney Gallivan

We nemen aan: *De dikte van papier is 0.*

Draakkromme

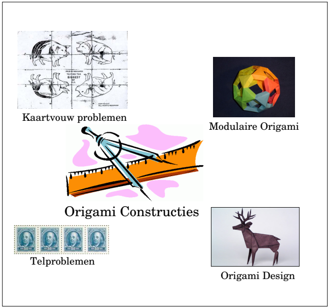


Uitvouwen tot hoeken van 90 graden geeft de Draakkromme.

Origami is de kunst van het papiervouwen. De oorsprong van deze kunstvorm is onduidelijk. Wellicht stamt de kunst uit het oude China, volgend op de uitvinding van het papier?

Koshiro: “Voor mij is origami het door vouwen naar buiten brengen van de natuur van papier, die die stukken papier verborgen hielden voor ze waren gevouwen.”

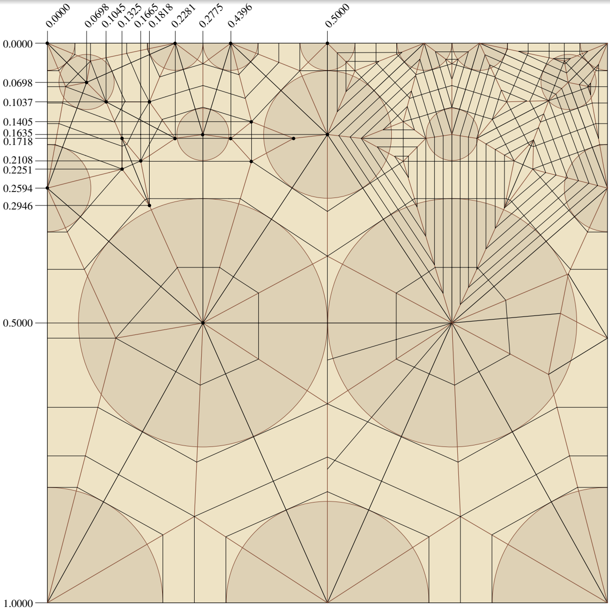
Origami-landschap



Het Origami en Wiskunde-landschap.

Kunstwerken van Robert J. Lang

Vouwpatroon



De axioma's van Huzita-Justin

Hier zijn de 6 origami axioma's. Hiermee kunnen *alle* vouwpatronen worden gemaakt.

(1) Vouw de lijn door gegeven punten A en B.

(2) Markeer het snijpunt van vouwlijnen l en m.

(3) Vouw punt A op punt B.

(4) Vouw lijn l op lijn m.

(5) Maak een vouw door A die B op l brengt.

(6) Vouw tegelijkertijd A op l en B op m.

Bekijk de eerste drie axioma's.

(1) Vouw de lijn door gegeven punten A en B.

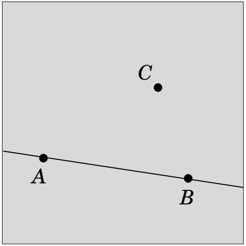
(2) Markeer het snijpunt van vouwlijnen l en m.

(3) Vouw punt A op punt B.

Wat kunnen we met deze blokjes bouwen?

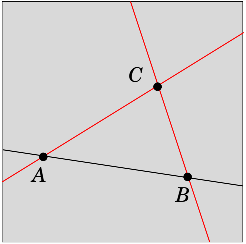
Parallellen

Gegeven een lijn door A en B en een punt C buiten de lijn. Maak een parallelle lijn door punt C.



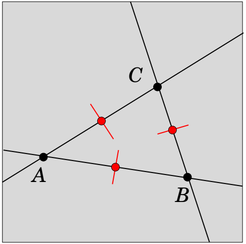
Parallellen

Gegeven een lijn door A en B en een punt C buiten de lijn.
Maak een parallelle lijn door punt C.



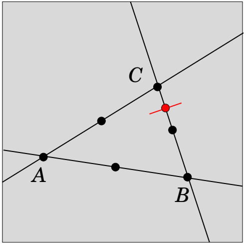
Parallellen

Gegeven een lijn door A en B en een punt C buiten de lijn. Maak een parallelle lijn door punt C.



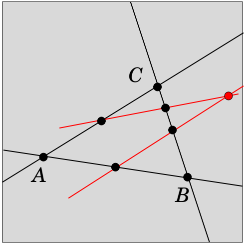
Parallellen

Gegeven een lijn door A en B en een punt C buiten de lijn.
Maak een parallelle lijn door punt C.



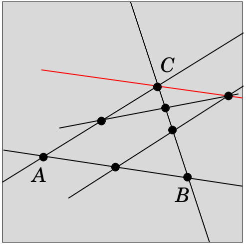
Parallellen

Gegeven een lijn door A en B en een punt C buiten de lijn. Maak een parallelle lijn door punt C.



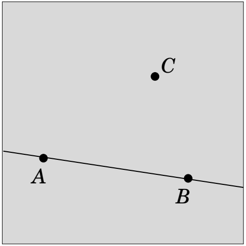
Parallellen

Gegeven een lijn door A en B en een punt C buiten de lijn. Maak een parallelle lijn door punt C.



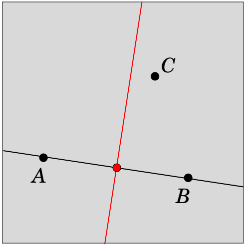
Loodlijnen

Gegeven een lijn door A en B en een punt C buiten de lijn. Maak de loodlijn door punt C.



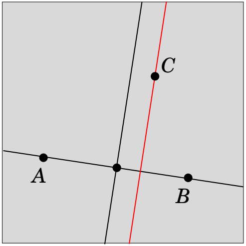
Loodlijnen

Gegeven een lijn door A en B en een punt C buiten de lijn. Maak de loodlijn door punt C.



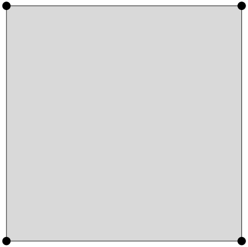
Loodlijnen

Gegeven een lijn door A en B en een punt C buiten de lijn.
Maak de loodlijn door punt C.



Eerlijk delen

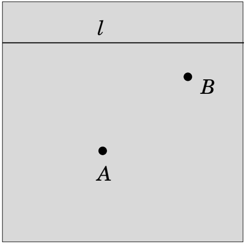
Hoe deel je een gegeven lijnstuk in 5 gelijke stukjes? Dit is een leuke (niet te moeilijke) puzzel.



Dan nu axioma's 4 en 5.

(4) Vouw lijn l op lijn m.

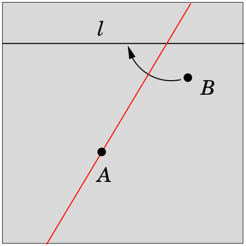
(5) Maak een vouw door A die B op l brengt.



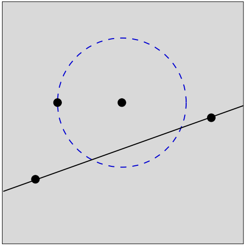
Dan nu axioma's 4 en 5.

(4) Vouw lijn l op lijn m.

(5) Maak een vouw door A die B op l brengt.

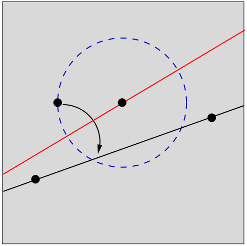


Met onze nieuwe bouwstenen, zijn we uitgerust om cirkels te beschrijven!
Het snijpunt van een gegeven lijn en cirkel bepaal je zo.

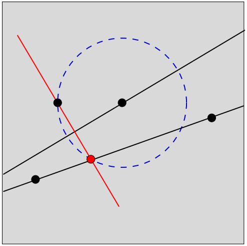


Cirkels

Met onze nieuwe bouwstenen, zijn we uitgerust om cirkels te beschrijven!
Het snijpunt van een gegeven lijn en cirkel bepaal je zo.



Met onze nieuwe bouwstenen, zijn we uitgerust om cirkels te beschrijven!
Het snijpunt van een gegeven lijn en cirkel bepaal je zo.



We kunnen nu alle passer- en liniaal-constructies *vouwen*!

Onmogelijk te construeren

Niet alles is te construeren...met passer en liniaal. Een wensenlijstje:

- Deel een gegeven hoek in drie gelijke hoeken.
- Verdubbel de kubus: construeer de derdemachts wortel van 2.
- Construeer een regelmatige 7-hoek.
- Construeer een vierkant met de oppervlakte van een gegeven cirkel.

Gebruik origami!

Onmogelijk te construeren

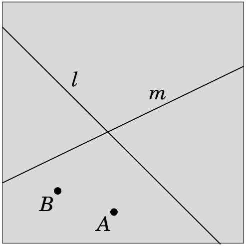
Niet alles is te construeren...met passer en liniaal. Een wensenlijstje:

- Deel een gegeven hoek in drie gelijke hoeken.
- Verdubbel de kubus: construeer de derdemachts wortel van 2.
- Construeer een regelmatige 7-hoek.
- Construeer een vierkant met de oppervlakte van een gegeven cirkel.

Gebruik origami!

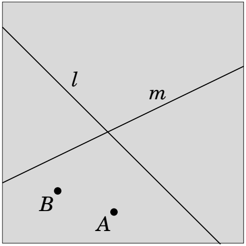
Het laatste axioma

Als kers op de taart: het 6e en *laatste* axioma.
Dit axioma vergt wel enige oefening, maar het is de moeite waard!

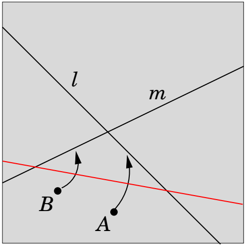


Het laatste axioma

Als kers op de taart: het 6e en *laatste* axioma.
Dit axioma vergt wel enige oefening, maar het is de moeite waard!

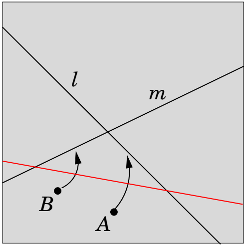


Als kers op de taart: het 6e en *laatste* axioma.
Dit axioma vergt wel enige oefening, maar het is de moeite waard!

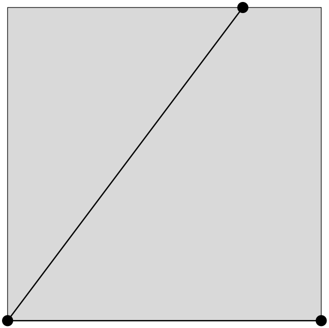


Het laatste axioma

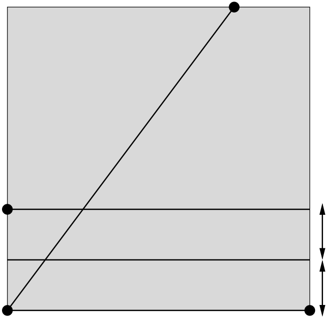
Als kers op de taart: het 6e en *laatste* axioma.
Dit axioma vergt wel enige oefening, maar het is de moeite waard!



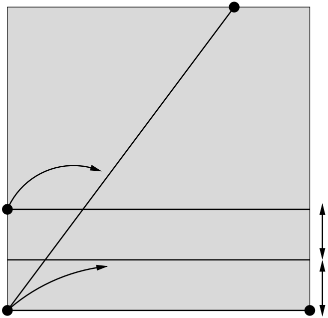
Deel een hoek in drieën



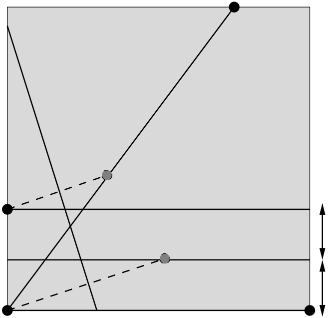
Deel een hoek in drieën



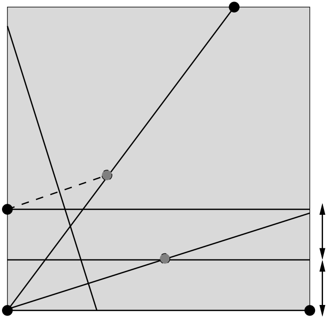
Deel een hoek in drieën



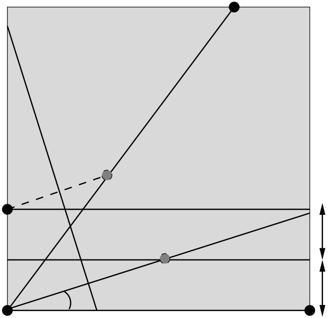
Deel een hoek in drieën



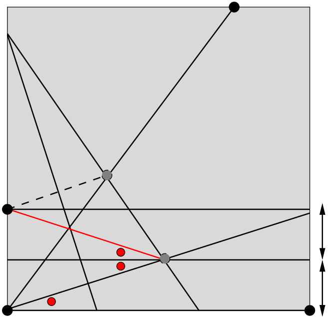
Deel een hoek in drieën



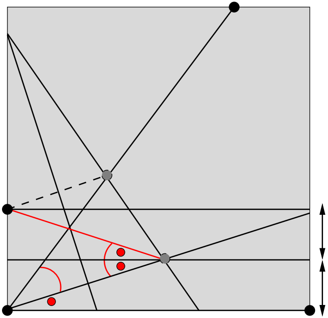
Deel een hoek in drieën



Deel een hoek in drieën

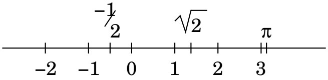


Deel een hoek in drieën



Rekenen in het vlak

De reele getallen zijn de *punten* op een lijn in het vlak: de *reele rechte*.

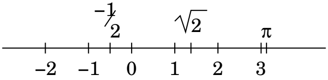


Als punten getallen zijn, kun je dan met Origami ook *rekenen*?

Ja! Dat kan.

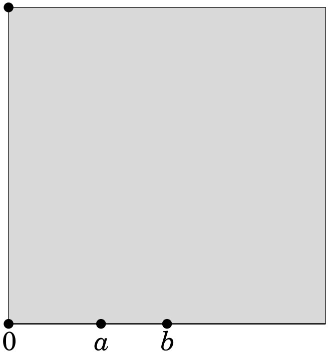
Rekenen in het vlak

De reele getallen zijn de *punten* op een lijn in het vlak: de *reele rechte*.

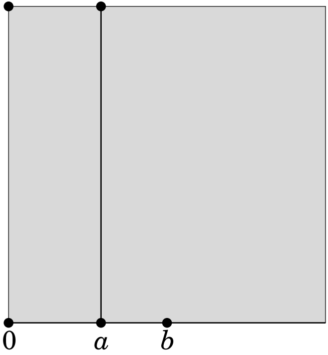


Als punten getallen zijn, kun je dan met Origami ook *rekenen*?
Ja! Dat kan.

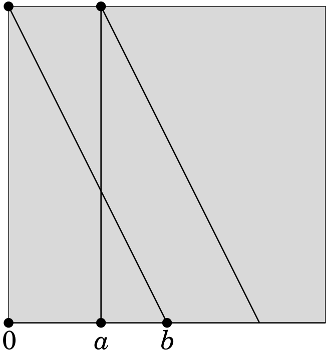
Optellen



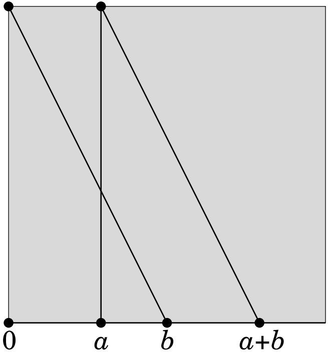
Optellen



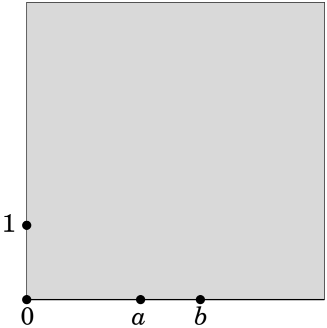
Optellen



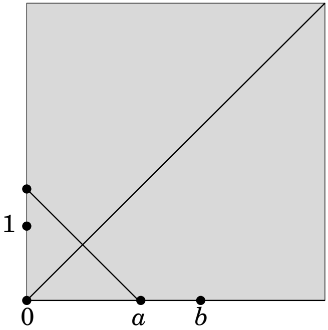
Optellen



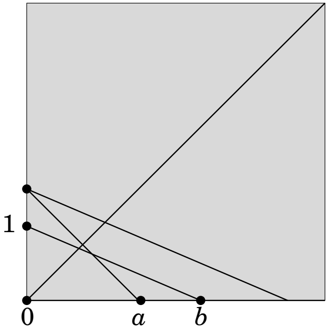
Vermenigvuldigen



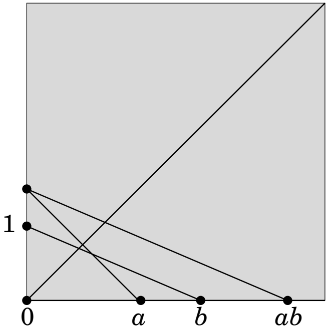
Vermenigvuldigen



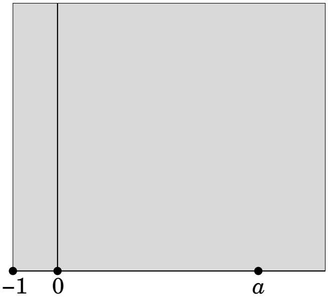
Vermenigvuldigen



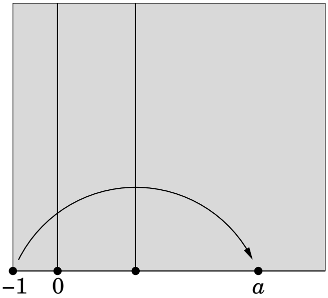
Vermenigvuldigen



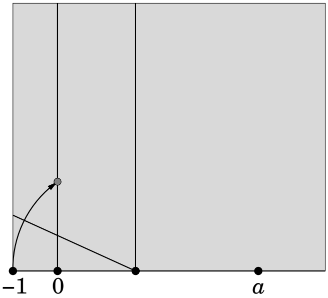
Worteltrekken



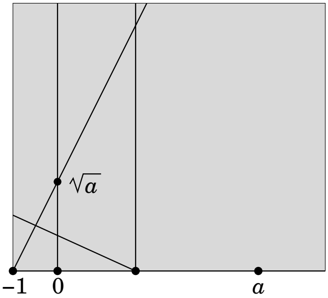
Worteltrekken



Worteltrekken



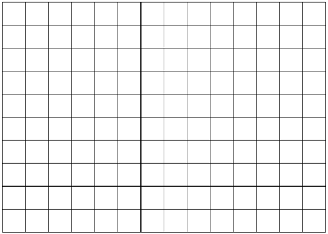
Worteltrekken



Derdegraads vergelijkingen!

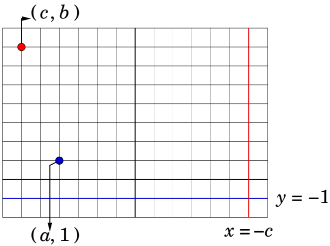
Hoe bereken je een oplossing van $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$?

Derdegraads vergelijkingen!



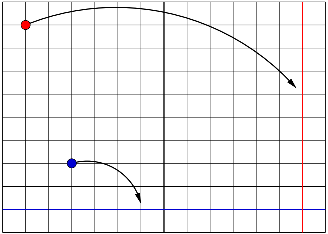
Los op: $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$.

Derdegraads vergelijkingen!

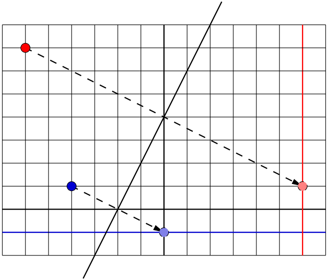


Los op: $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$. Hier: $x^3 - 4x^2 + 7x - 6$.

Derdegraads vergelijkingen!

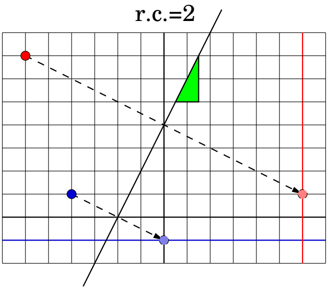


Los op: $x^3 - 4x^2 + 7x - 6.$



Los op: $x^3 - 4x^2 + 7x - 6$.

Derdegraads vergelijkingen!



De oplossing: $x = 2$.

Conclusie

Het onze Origami-regels kunnen we optellen, aftrekken, vermenigvuldigen, delen. Ja, we kunnen zelfs met een enkele vouw derdegraads vergelijkingen oplossen!

Conclusie: Ruil snel je GR om voor een OR, en pak een *vouwblaadje!*

Conclusie

Het onze Origami-regels kunnen we optellen, aftrekken, vermenigvuldigen, delen. Ja, we kunnen zelfs met een enkele vouw derdegraads vergelijkingen oplossen!

Conclusie: Ruil snel je GR om voor een OR, en pak een *vouwblaadje!*

Een probleem om mee naar huis te nemen...

Het **Servet probleem** (Margulis Napkin Problem):

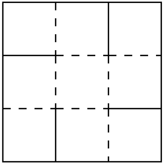
Gegeven een vierkant vel met zijde 1. Is het mogelijk om een platte figuur te vouwen met omtrek *groter dan* 4?

Treinprobleem

Een probleem om mee naar huis te nemen...
Het **Servet probleem** (Margulis Napkin Problem):

> Gegeven een vierkant vel met zijde 1. Is het mogelijk om een platte figuur te vouwen met omtrek *groter dan* 4?

- Vouw een regelmatige 7-hoek.
- Gegeven een ‘landkaart’ met $n \times n$ vierkantjes en gegeven vouwrichtingen, *kan deze kaart worden opgevouwen?*

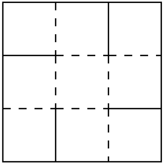


- Vouw een vierkant (servet) op tot een platte figuur met *grotere omtrek*. Kan dat?

Hartelijk dank voor uw aandacht! ...en veel vouwplezier... ;)

Slot

- Vouw een regelmatige 7-hoek.
- Gegeven een 'landkaart' met $n \times n$ vierkantjes en gegeven vouwrichtingen, *kan deze kaart worden opgevouwen?*



- Vouw een vierkant (servet) op tot een platte figuur met *grotere omtrek*. Kan dat?

Hartelijk dank voor uw aandacht! ...en veel vouwplezier... ;)