

Oefenopgaven Serie 6 (cursus 2004/2005)
wi2604: Numerieke methoden I¹

Behandelde begrippen

- numerieke methoden voor stelsels differentiaalvergelijkingen
- numerieke methoden voor hogere orde beginwaardeproblemen
- stabiliteit bij stelsels differentiaalvergelijkingen, stabiliteitsgebied

Opgaven

1. Beschouw de vergelijking $y' = -y$ met $y(0) = 1$. Bepaal de oplossing met de voorwaartse methode van Euler met stapgrootte $h = 1 : u_1$ en met $h = \frac{1}{2} : v_1, v_2$. De fout wordt gegeven door Kh . Geef een schatting voor K en bepaal hiermee een schatting voor de fout in v_2 . Bepaal ook de exacte fout in v_2 . Doe dit ook voor w_4 met $h = \frac{1}{4}$.
2. Voer één stap uit met de Euler Voorwaarts methode met stapgrootte $h = 0.1$ voor het stelsel:

$$\begin{aligned}y_1' &= -4y_1 - 2y_2 + e^t, \\ y_2' &= 3y_1 + y_2,\end{aligned}$$

met beginvoorwaarde $y_1(0) = 1$ en $y_2(0) = -1$.

3. Beschouw de stelsels: $y_1' = 3y_1 + 2y_2$, $y_2' = 4y_1 + y_2$; $y_1' = -4y_1 - 2y_2$, $y_2' = 3y_1 + y_2$ en $y_1' = y_2$, $y_2' = -y_1$. Zijn deze stelsels stabiel? Bepaal voor de stabiele stelsels de maximale stapgrootte waarvoor de Modified Euler methode nog stabiel is.
4. Beschouw het stelsel: $y_1' = -y_2$, $y_2' = y_1$ en $y_3' = y_1 - 3y_3$. Welke methode heeft de voorkeur: Euler Voorwaarts of Euler Achterwaarts (+ motivatie)?
5. Beschouw de differentiaalvergelijking:

$$y'' + 4y' + 8y = 6t + 1, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1.$$

Bepaal de maximale stapgrootte waarvoor Euler Voorwaarts stabiel is. (hint: gebruik het stabiliteitsgebied). Kies $h = 0.1$ en doe 1 stap met Euler Voorwaarts.

6. Een wiskundig model voor een slinger met demping is:

$$y'' + y' + \sin y = 0, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0.$$

Laat zien dat Euler Voorwaarts stabiel is voor $h = 1$.

¹voor de antwoorden zie: <http://ta.twi.tudelft.nl/nw/users/vuik/wi211/answer6.pdf>