

Oefenopgaven Serie 3 (cursus 2001/2002)
wi2023: Numerieke Wiskunde¹

Behandelde begrippen

- Stabiliteit niet-lineair stelsel differentiaalvergelijkingen
- Stelsels waarbij $|\lambda_{max}| \gg |\lambda_{min}|$, Euler impliciet
- Gauss eliminatie, efficiency, partial pivotten
- floating point getallen, LU decompositie, band matrices

Opgaven

1. Bepaal de versterkingsfactor voor Euler impliciet en de trapeziumregel. Bepaal de lokale afbreekfout van beide methoden voor de testvergelijking. Laat zien dat $\lim_{\lambda \rightarrow -\infty} C(\lambda h) = 0$ voor Euler impliciet en $\lim_{\lambda \rightarrow -\infty} C(\lambda h) = -1$ voor de trapeziumregel. Wat voor gevolgen heeft dit?
2. Wat is het nadeel van impliciete methoden? Wanneer worden ze gebruikt? Een stelsel lineaire differentiaalvergelijkingen is heel geschikt om met een impliciete methode op te lossen. Geef aan waarom. (Tentamen 18-08-1998)
3. Beschouw de lineaire differentiaalvergelijking voor de mathematische slinger: $\phi'' + \phi = 0$, met $\phi(0) = 1$ en $\phi'(0) = 0$. Doe één Euler impliciet stap met stapgrootte $h = \frac{1}{2}$. Laat zien dat voor elke h $\lim_{n \rightarrow \infty} \phi_n = 0$ zodat numeriek de slinger tot stilstand komt. Is de trapezium methode wel geschikt voor deze vergelijking?
4. Bepaal de inverse van de matrix A , waarbij $a_{i,i} = 1$ en $a_{i+1,i} = 1$, terwijl alle andere elementen nul zijn. Merk op dat de inverse een volle onderdriehoeksmatrix is.
5. Bepaal de oplossing van het lineaire stelsel:

$$\begin{pmatrix} 0.03 & 58.6 \\ 6 & 61 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 58.9 \\ 121 \end{pmatrix}$$

met een 3 cijfer mantisse. Herhaal dit met partial pivotten en vergelijk de oplossingen met het exacte antwoord $x_1 = 10$ en $x_2 = 1$.

6. Bepaal de oplossing van het lineaire stelsel:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 0 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

¹de antwoorden staan op het volgende internetadres: <http://ta.twi.tudelft.nl/nw/users/vuik/wi212tn/anser3.html>