

Oefenopgaven Serie 5 (cursus 2001/2002)
wi2023: Numerieke Wiskunde¹

Behandelde begrippen

- Neumann randvoorwaarde, virtueel punt
- buigende balk probleem
- kleinste kwadraten probleem

Opgaven (voor extra oefeningen zie dictaat blz. 84, 85 en 87)

1. Beschouw het randwaardeprobleem: $-y'' = y' - 2y + 2x + 3$, $0 \leq x \leq 1$ met randvoorwaarden: $y'(0) = 1$ en $y(1) = 0$. Geef het discrete stelsel voor $N = 3$, waarbij centrale differenties gebruikt zijn voor de eerste afgeleide. Is de matrix positief definit?
2. Er is een onderzoek geweest naar het oplopen van letsels bij auto ongelukken. Hieronder staat een tabel met het gemiddelde gewicht van bepaalde klassen van auto's en het percentage waarbij een botsing een ernstig gewonde tot gevolg had. Bepaal een rechte lijn die in kleinste kwadraten zin zo goed mogelijk aansluit bij de meetpunten.

Type	massa	percentage
topmodel	2400 kg	3.1
middenklasse I	1850 kg	4.0
middenklasse II	1700 kg	5.2
compact I	1400 kg	6.4
compact II	900 kg	9.6

3. De volgende metingen voor (x, y) zijn gedaan: $(0.5, -2)$, $(0.75, 0)$ en $(1, 1)$. Bepaal de kleinste kwadraten oplossing en het residu $\underline{r}$ voor de rechte lijnen $y = ax$ en $x = ay$.
4. Gegeven is de tabel van meetwaarden:

meting	x	y	c
1	2	6	10.0
2	4	2	11.0
3	5	0	10.1

Men zoekt de kleinste kwadraten benadering voor de vergelijking $\alpha_1 x + \alpha_2 y = c$.

- (a) Bepaal α_1 en α_2 .
- (b) De metingen van c worden verstoord met een factor $1 + \varepsilon$. Geef de verstoring $\Delta\alpha_1$ en $\Delta\alpha_2$ uitgedrukt in ε .
- (c) Op grond van externe gegevens is bekend, dat $\alpha_1 = 2$. Welke kleinste kwadraten benadering van α_2 volgt nu uit de tabelgegevens? (Tentamen 18-06-1998)

¹voor de antwoorden zie: <http://ta.twi.tudelft.nl/nw/users/vuik/wi212tn/answer5.html>