

Oefenopgaven Serie 1 (cursus 2001/2002)
wi3097mt: Numerieke methoden voor differentiaalvergelijkingen ¹

Behandelde begrippen

- Taylor polynoom, floating point getal, afrondfout
- Orde symbool Landau
- lineaire interpolatie, interpolatiefout, Lagrange interpolatie
- Lineaire splines, kubische splines

Opgaven

1. Laat $f(x) = x^3$. Bepaal het tweede orde Taylor polynoom voor het steunpunt $x = 1$. Bepaal de waarde van dit polynoom in $x = 0.5$. Geef een schatting van de fout en vergelijk dit met de echte fout.
2. Laat $f(x) = e^x$. Geef het Taylor polynoom van de orde n en de restterm voor het steunpunt $x = 0$. Hoe groot moet n zijn opdat de fout kleiner is dan 10^{-6} op het interval $[0, 0.5]$?
3. Het polynoom $P_2(x) = 1 - \frac{1}{2}x^2$ wordt gebruikt om $f(x) = \cos(x)$ te benaderen op $[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$. Geef een bovengrens voor de fout in de benadering.
4. Neem $x = \frac{1}{3}$, $y = \frac{5}{7}$. We rekenen met 3 cijfers. Schrijf x en y als floating point getallen. Bepaal voor $\circ = +, -, *, /$, $f\ell(f\ell(x) \circ f\ell(y))$, $x \circ y$ en de afrondfout.
5. Bepaal het tweede graads Lagrange polynoom van $f(x) = 1/x$ gebruikmakend van de steunpunten $x_0 = 2$, $x_1 = 2.5$ en $x_2 = 4$. Benader hiermee $f(3)$.
6. Bepaal $s(\frac{1}{2})$, waarbij s de kubische spline is met steunpunten 0, 1 en 2 voor de functie $f(x) = x$. Doe dit ook voor de functie $f(x) = x^2$.

¹voor de antwoorden zie: <http://ta.twi.tudelft.nl/nw/users/vuik/wi3097/answer1.html>
<http://ta.twi.tudelft.nl/nw/users/vuik/wi3097/wi3097.html>