

Oefenopgaven Serie 5 (cursus 2001/2002)
wi3097mt: Numerieke methoden voor differentiaalvergelijkingen ¹

Behandelde begrippen

- randwaarde problemen, afbreekfout, globale fout
- Neumann randvoorwaarde, conditie discretisatie matrix, upwind discretisatie
- niet-lineaire vergelijkingen, afrondfout
- Bisectie, convergentie, stopcriterium
- vaste punt methode, lineaire convergentie

Opgaven

1. Gegeven het randwaarde probleem

$$-y''(x) = \sin x, \quad x \in [0, \pi],$$

$$y(0) = 0, y(\pi) = 0.$$

Geef de exacte oplossing. Neem $n = 3$ en bepaal de numerieke oplossing w_j . Bereken $y_j - w_j$, $j = 1, 2$.

2. Gegeven het randwaarde probleem

$$-y''(x) + y(x) = 0, \quad x \in [0, 1],$$

$$y(0) = 1, y'(1) = 0.$$

Discretizeer dit randwaarde probleem met de roosterpunten: $x_0 = 0$, $x_1 = \frac{2}{7}$, $x_2 = \frac{4}{7}$, $x_3 = \frac{6}{7}$ en $x_4 = \frac{8}{7}$. Geef de matrix A. Is de matrix symmetrisch of niet-symmetrisch? Zijn de eigenwaarden positief?

3. Opgave 1 a,b en 2 a,b van Burden en Faires pagina 665 kunnen ook gemaakt worden.
4. Stel $f(x) = 3(x + 1)(x - \frac{1}{2})(x - 1)$. Gebruik de Bisectie methode op de volgende intervallen om p_3 te bepalen: $[-2 \ 1.5]$ en $[-1.25 \ 2.5]$.
5. Opgave 17 van Burden en Faires pagina 54 kan gemaakt worden.
6. We beschouwen de vaste punt methoden: $p_n = \frac{20p_{n-1} + 21/p_{n-1}^2}{21}$ en $p_n = p_{n-1} - \frac{p_{n-1}^3 - 21}{3p_{n-1}^2}$. Beantwoord voor beide methoden de volgende vragen. Laat zien dat het vaste punt $(21)^{\frac{1}{3}}$ is. Geef een schatting van de convergentie snelheid. Bepaal p_3 met $p_0 = 1$.
7. Opgave 23 van Burden en Faires pagina 65 kan gemaakt worden.

¹voor de antwoorden zie: <http://ta.twi.tudelft.nl/nw/users/vuik/wi3097/answer5.html>