

Oefenopgaven Serie 6 (cursus 2001/2002)
wi3097mt: Numerieke methoden voor differentiaalvergelijkingen ¹

Behandelde begrippen

- Newton Raphson, niet-lineaire stelsels, niet-lineair randwaarde probleem
- numerieke integratie, afbreekfout, afrondfout, gerepeteerde integratieregels

Opgaven

1. We gaan een methode afleiden voor het bepalen van een nulpunt van f gebaseerd op interpolatie.
 - (a) Stel er zijn twee startwaarden gegeven p_0 en p_1 . Bepaal het lineaire interpolatiepolynoom van de functie f .
 - (b) Neem voor p_2 het punt waar het interpolatiepolynoom de x-as snijdt.
 - (c) Doe 2 iteraties met de deze methode voor de functie $f(x) = x^2 - 2$ met $p_0 = 1$ en $p_1 = 2$.
2. Gegeven de functie $f(x) = x - \cos x, x \in [0, \frac{\pi}{2}]$. Bepaal met behulp van de Newton-Raphson methode een benadering van de oplossing met een fout kleiner dan 10^{-4} .
3. Doe twee iteraties met de Newton-Raphson methode met startvector $(1, 1)$ om het volgende niet-lineaire stelsel op te lossen: $x_1^2 - x_2 - 3 = 0$ en $-x_1 + x_2^2 + 1 = 0$. Vergelijk de benadering met de exacte oplossing $(2, 1)$.
4. Opgaven uit het boek: p.74-75 opgave 1, 5 en 20; p. 617-620 opgave 1a, 10.
5. We willen de volgende integraal bepalen:

$$\int_{-1}^1 (10x)^3 + 0.001 dx.$$

- (a) De relatieve afrondfout in de functiewaarden is kleiner dan ϵ . Bepaal de relatieve fout in de integraal ten gevolge van de afrondfouten.
 - (b) We nemen de gerepeteerde midpuntregel als numerieke integratie methode en $\epsilon = 4 * 10^{-8}$. Geef een redelijke waarde voor de stapgrootte h .
6. Bepaal $\int_{0.5}^1 x^4 dx$ met de Trapeziumregel. Schat de fout en vergelijk deze schatting met de echte fout. Bereken de integraal ook met de gerepeteerde Trapeziumregel met $h = 0.25$. Schat de fout met Richardson's foutschatting.
7. Opgaven uit het boek: p. 203-205 opgave 1a, 9, 18, 19.

¹voor de antwoorden zie: <http://ta.twi.tudelft.nl/nw/users/vuik/wi3097/answer6.html>